

转盘—静盘腔内层流流动的相似分析 及其N - S 方程数值解

西北工业大学 冯 青**
西安石油学院 周 彬
西北工业大学 刘松龄

【摘要】 对转盘—静盘系统进行的相似分析表明: 转盘—静盘腔内层流流场主要受入口流量数、旋转雷诺数、盘腔间隙系数、密封间隙系数和入口孔径比等5个参数影响。采用SMPL E法对转盘—静盘系统层流流场进行了计算。结果表明: 盘腔间隙的大小和密封冠对旋转核的存在具有决定性影响, 当入口流量数减小或旋转雷诺数增大时, 旋转核趋向于生成且转速增大; 证明了影响径向速度的主要是惯性力, 而影响周向速度的是惯性力和粘性力共同作用。通过数值计算还得到了防止外燃气“入侵”的最小入口流量数。

主题词: 转盘—静盘系统 涡轮盘 流动(流体力学) 数值计算

分类号: V 232. 3

1 控制方程与边界条件

在航空发动机中, 冷却空气通过涡轮盘间隙进入叶片。因此, 它对涡轮盘和静止机匣的冷却、热应力分布及预期寿命具有很大的影响, 设计不当时, 甚至使外燃气通过涡轮盘与机匣间密封间隙进入盘腔(即所谓“入侵”), 直接威胁到涡轮盘的安全。这些问题的解决, 有赖于对涡轮盘腔中空气流动及换热规律的详细了解。Owen^[1]将盘轴系腔道内流动和换热理想化为自由转盘、转盘—静盘和转盘—转盘系统。根据空腔内有无空气进出, 又分为开式和闭式两种。在燃气涡轮中, 通常有冷却空气由轴向引入盘腔, 然后经转盘与密封冠间的密封间隙排入主流(图1), 因此, 开式系统更具有实际意义。而闭式系统则积累了较多的实验数据^[2]。Owen^[1]、Chew^[3]用边界层积分法对开式转盘—静盘系统进行过计算。但该法有较大局限性, 因此近年来一些研究者转而采用求解N - S 方程的方法^[4]。

转盘—静盘系统内为二维轴对称不可压流动, 在略去冷气的质量力及常物性假设下, 柱坐标系(r, φ, z)中的N - S 方程为:

$$\partial r / \partial t + \partial u / \partial r + v / r = 0 \quad (1)$$

$$v (\partial r / \partial t) + U (\partial r / \partial z) - F^2 / r^3 = - (1/\rho) (\partial p / \partial r) + \nu \partial^2 v / \partial r^2 + (1/r) (\partial r / \partial t) + \partial^2 v / \partial z^2 - v / r^2 \quad (2)$$

$$v (\partial F / \partial t) + U (\partial F / \partial z) = \nu \partial^2 F / \partial r^2 - (1/r) (\partial F / \partial t) + \partial^2 F / \partial z^2 \quad (3)$$

$$V(\partial/\partial r) + U(\partial/\partial z) = - (1/\rho)(\partial p/\partial z) + \nu \partial^2 U/\partial z^2 + (1/r)(\partial/\partial r + \partial U/\partial z^2) \quad (4)$$

其中 U, V 分别是轴向和径向速度, p, ρ, ν 分别为空气的压力、密度和运动粘度。 F 是周向流动环量, 它与周向速度 W 的关系为 $F = W r_0$ 。假定冷气以均匀速度轴向进入, 则静盘中心孔处边界条件为 $V|_{z=0} = F|_{z=0} = 0, U|_{z=0} = U_{in}$ 。转盘或静盘壁上满足无滑移边界条件, 则

$$\text{静盘表面} \quad U|_{z=0} = V|_{z=0} = F|_{z=0} = 0 \quad (5)$$

$$\text{转盘表面} \quad U|_{z=S} = V|_{z=S} = 0, \quad F|_{z=S} = \omega r^2 \quad (6)$$

$$\text{密封冠表面(静止)} \quad U|_{r=R_0} = V|_{r=R_0} = F|_{r=R_0} = 0 \quad (7)$$

$$\text{密封冠表面(旋转)} \quad U|_{r=R_0} = V|_{r=R_0} = 0, \quad F|_{r=R_0} = \omega R_0^2 \quad (8)$$

中心线上满足轴对称条件, 即:

$$\text{中心线(有入流)} \quad U|_{r=0} = U_{in}, \quad F|_{r=0} = \partial/\partial r|_{r=0} = 0 \quad (9)$$

$$\text{中心线(无入流)} \quad U|_{r=0} = V|_{r=0} = F|_{r=0} = \partial/\partial r|_{r=0} = 0 \quad (10)$$

出口截面上 3 个方向速度的边界条件为: (1) 径向速度沿径向变化率为一常数, 即: $\partial/\partial r|_{r=R_0} = K$ 。 K 值反映了出口处流动未充分发展的影响^[5], 可按照质量守恒关系由下式确定:

$$\int_{z=S-S_c}^S 2\pi R_0 V|_{r=R_0} dz = Q_{in} \quad (11)$$

(2) 轴向速度沿径向完全发展, 即: $\partial/\partial r|_{r=R_0} = 0$ 。 (3) 在外燃气没有入侵时, 流动环量沿径向不变, 即: $V > 0$ 时, $\partial/\partial r|_{r=R_0} = 0$; 当有外燃气入侵时, 由于出口截面处的气体还没有受到转盘的影响, 可以认为环量就等于入侵气体的环量值。假设入侵气体的流动环量为零, 即: $V \leq 0$ 时, $F|_{r=R_0} = 0$

2 控制方程及其边界条件的相似分析

上述方程表明, 影响转盘—静盘空腔内流场至少有 $\nu, \rho, R_0, r_0, S, S_c, \omega$ 和 Q_{in} 等 8 个物理量, 通过相似分析可减少影响参数的个数。定义下列无量纲参数:

$$\bar{P} = P/[\rho(\omega R_0)^2], \quad \bar{Z} = Z/S, \quad \bar{r} = r/R_0$$

$$\bar{V} = V/(\omega R_0), \quad \bar{U} = U/U_{in} = U\pi R_0/Q_{in}, \quad \bar{W} = F/(\omega R_0^2) = W\bar{r}/(\omega R_0) \quad (12)$$

将(12)式代入上述各式, 整理后可得

$$\bar{\partial}/\bar{\partial} + \zeta_w/(\pi R_0 e \eta \bar{r}_0^2 G)](\bar{\partial}/\bar{\partial}) + \bar{V}/\bar{r} = 0 \quad (13)$$

$$\bar{V}(\bar{\partial}/\bar{\partial}) + \zeta_w/(\pi R_0 e \eta \bar{r}_0^2 G)]\bar{U}(\bar{\partial}/\bar{\partial}) - \bar{W}^2/\bar{r}^2$$

$$= - \bar{\partial}/\bar{\partial} + (1/R_0 e \eta) \partial^2 \bar{V}/\partial \bar{z}^2 + (1/\bar{r})(\bar{\partial}/\bar{\partial}) + \partial \bar{V}/\partial \bar{z}^2 - \bar{V}/\bar{r}^2 \quad (14)$$

$$\bar{V}(\bar{\partial}/\bar{\partial}) + \zeta_w/(\pi R_0 e \eta \bar{r}_0^2 G)]\bar{U}(\bar{\partial}/\bar{\partial})$$

$$= (1/R_0 e \eta) \partial^2 \bar{W}/\partial \bar{z}^2 - (1/\bar{r})(\bar{\partial}/\bar{\partial}) + (1/G^2)(\partial \bar{W}/\partial \bar{z}^2) \quad (15)$$

$$\bar{V}(\bar{\partial}/\bar{\partial}) + \zeta_w/(\pi R_0 e \eta \bar{r}_0^2 G)]\bar{U}(\bar{\partial}/\bar{\partial})$$

$$= - [\pi R_0 e \eta \bar{r}_0^2/(C_w G)](\bar{\partial}/\bar{\partial} + (1/R_0 e \eta) \partial^2 \bar{U}/\partial \bar{z}^2 + (1/\bar{r})(\bar{\partial}/\bar{\partial}) + (1/G^2)(\partial \bar{U}/\partial \bar{z}^2)) \quad (16)$$

$$\text{静盘中心孔} \quad \bar{V}|_{\bar{z}=0} = \bar{W}|_{\bar{z}=0} = 0, \quad \bar{U}|_{\bar{z}=0} = 1 \quad (17)$$

$$\text{静盘表面} \quad \bar{U}|_{\bar{z}=0} = \bar{V}|_{\bar{z}=0} = \bar{W}|_{\bar{z}=0} = 0 \quad (18)$$

$$\text{转盘表面} \quad \bar{U}|_{\bar{z}=G} = \bar{V}|_{\bar{z}=G} = 0, \quad \bar{W}|_{\bar{z}=G} = 1 \quad (19)$$

$$\text{密封冠表面(静止)} \quad \bar{U}|_{\bar{r}=1} = \bar{V}|_{\bar{r}=1} = \bar{W}|_{\bar{r}=1} = 0 \quad (20)$$

$$\text{密封冠表面(旋转)} \quad \bar{U}|_{\bar{r}=1} = \bar{V}|_{\bar{r}=1} = 0, \quad \bar{W}|_{\bar{r}=1} = 1 \quad (21)$$

$$\text{中心线(有入流)} \quad \bar{U}|_{\bar{r}=0} = 1, \quad \bar{W}|_{\bar{r}=0} = \bar{\partial\bar{V}}/\bar{\partial\bar{r}}|_{\bar{r}=0} = 0 \quad (22)$$

$$\text{中心线(无入流)} \quad \bar{U}|_{\bar{r}=1} = \bar{V}|_{\bar{r}=0} = \bar{W}|_{\bar{r}=0} = \bar{\partial\bar{V}}/\bar{\partial\bar{r}}|_{\bar{r}=0} = 0 \quad (23)$$

$$\text{出口截面径向速度} \quad \bar{\partial\bar{V}}/\bar{\partial\bar{r}}|_{\bar{r}=1} = \bar{K} \quad (24)$$

$\bar{K}$ 值与 K 值关系为 $\bar{K} = K/\omega$ 轴向和周向速度边界条件分别为: $\bar{\partial\bar{V}}/\bar{\partial\bar{r}}|_{\bar{r}=1} = 0$; $\bar{V} > 0$ 时 $\bar{\partial\bar{W}}/\bar{\partial\bar{r}}|_{\bar{r}=1} = 0$, $\bar{V} \leq 0$ 时 $\bar{W}|_{\bar{r}=1} = 0$ 。由以上各式可知, 转盘—静盘流场的解 $\bar{U}$ 、 $\bar{V}$ 、 $\bar{W}$ 可表示为旋转雷诺数 $Re_{\varphi}(\omega R_0^2/\nu)$ 、入口流量数 $C_w(Q_{in}/(\nu R_0))$ 、盘腔间隙系数 $G(S/R_0)$ 、轴向密封间隙系数 $G_c(S_c/R_0)$ 、空气入口孔径比 $\bar{r}_0(r_0/R_0)$ 等 5 个自变量的函数。

3 流场的计算

本文用压力修正的 *SIMPLE* 法求解了转盘—静盘系统的流场。为减少网格数量, 采用壁面网格较密的不等距网格。

3.1 封闭转盘—静盘系统

图 1 中取 $S_c = 0$, $r_0 = 0$ 是封闭转盘—静盘系统。图 2 中给出了 $\bar{r} = 0.4$ 和 $\bar{r} = 0.8$ 时 $\bar{W}/\bar{r}$

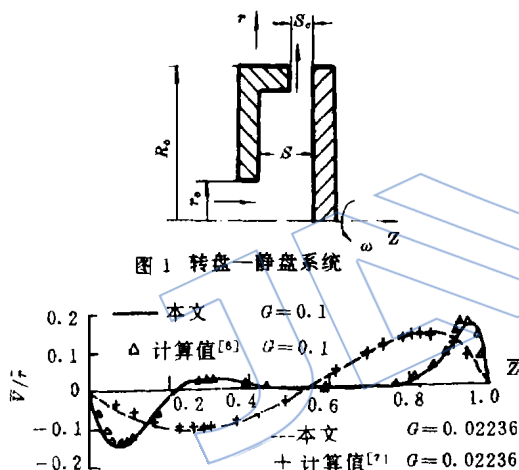


图 3 径向速度沿轴向分布

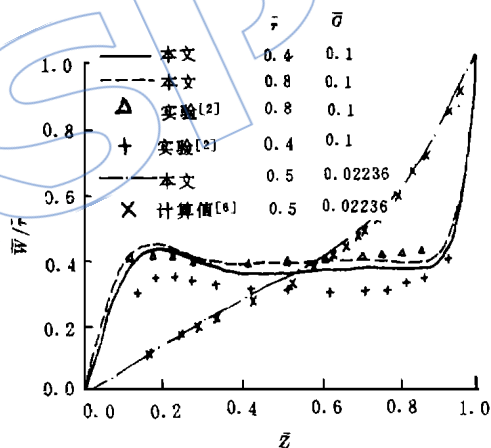


图 2 周向速度沿轴向分布

(即 $W/\omega r$) 沿 Z 向的分布。由图中可发现, 在 $0.4 < \bar{Z} < 0.8$ 范围内, W/ω 在不同半径上均为 0.38 左右, 这说明在此区域内冷气以相当于当地转盘转速约 38% 的转速在盘腔中旋转, 该区域就是所谓“旋转核”。本文计算与 *Sambo*^[2] 用 *LDA* 得到的测量值符合较好。当 G 由 0.1 减至 0.02236 时, 计算表明旋转核消失, 盘腔内冷气都以不同转速作旋转运动(图 4(a) 中点划线), 与文献[6]中计算一致。由图 3 可知, 当 $G = 0.1$ 时, 在 $0.4 < \bar{Z} < 0.8$ 范围内流体几乎没有径向运动, 即旋转核无径向运动; 而当 $G = 0.02236$ 时, 冷气在离心力作用下, 沿转盘向外流动, 在静盘边为了保持质量守恒向内流动。与文献[6]中给出的数值解几乎完全吻合。*Dijkstra* 等^[6] 的研究结果表明, 在层流状态下, 旋转核的无量纲旋转速度为 0.313; *Lance* 等^[6] 数值计算结果为 0.382。本文与上述结果非常接近。

3.2 具有轴向入流、径向出流的转盘—静盘系统

由图 4(a) 可知, 当 $C_w = 282$ 时, 周向速度为当地转盘转速的 20% 左右, 比无轴向入流时减

小了近 1 倍。当 $C_w = 1000$ 时, 仅为当地转盘转速的约 4% 左右。这是由于随入口流量数增大, 转盘要将动能传给更多的冷气造成的。又由图 4(b) 可看出, 在 $\bar{z} = 0.3 \sim 0.6$ 范围内, $C_w = 282$ 时冷气径向速度非常小, 而 $C_w = 1000$ 时, 在盘腔内没有径向速度保持为零的区域, 转盘和静盘的边界层相互汇合。结合图 4(a) 可知, 入口流量数小时存在核区, 当 $C_w = 1000$ 时核区消失。另外, 随入口流量的增大, 转盘边的径向速度也增大, 这是因为转盘边的径向速度是由旋转诱导分量 Re_φ 和入口诱导分量 C_w 决定的, 在 Re_φ 不变时, 径向速度随 C_w 的增大而增大。

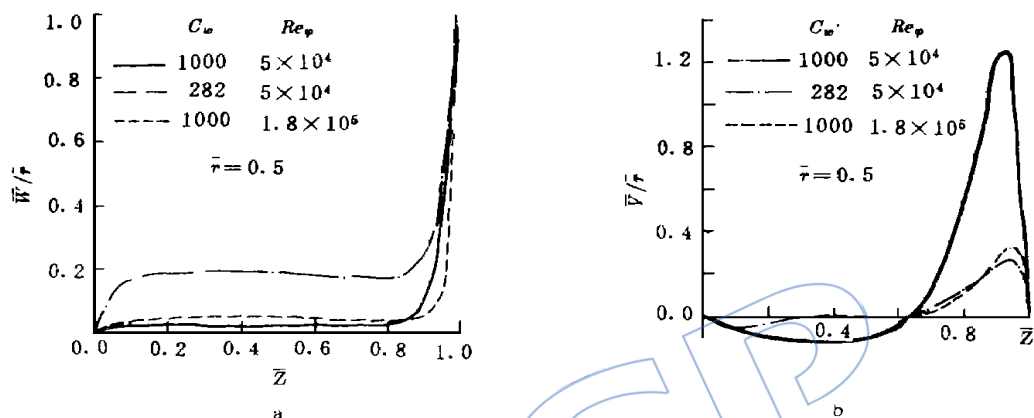


图 4 入口流量数和旋转雷诺数对周向速度和径向速度的影响

另外, 图 4(a) 和 (b) 中还分别示出了 $C_w = 1000$ 及 $Re_\varphi = 1.8 \times 10^5$ 时 $\bar{w}/r$ 及 $\bar{v}/r$ 沿轴向的变化曲线。可知随 Re_φ 的增大旋转核出现, 且旋转核转速随 Re_φ 增大而增大, 同时冷气在转盘附近周向速度变化也更加剧烈。这是由于随转盘转速增大, 它传递给冷气的动能增大。从图 4(a) 和 (b) 中还可看出 Re_φ 增大 (由 5×10^4 增至 1.8×10^5) 与 C_w 减小 (由 1000 减至 282) 都会使核区出现, 同时转速加快。特别对径向速度 v 的影响两者非常一致, 如图 4(b) 中点划线和虚线几乎完全重合。但它们对周向速度 w 的影响有显著不同, 图 4(a) 中点划线和虚线相差较远, 特别是 Re_φ 增大使转盘附近周向速度变化率增大, C_w 减小却使周向速度变化率减小。值得注意的是上述两种情况中 Re_φ 和 C_w 虽然各不相同, 但 $C_w/(Re_\varphi^2 \Gamma_0 G)$ 却基本相同, 分别为 5.64 和 5.56。由式 (13)~(16) 可知 $C_w/(Re_\varphi^2 \Gamma_0 G)$ 反映了惯性力对流场的影响, 而 Re_φ 则反映了粘性力对流场的影响。因此, 可以认为对径向速度来说, 惯性力是主要影响因素, 而对周向速度来说, 惯性力和粘性力都起着主要影响作用。这也很容易理解, 因为周向速度主要是由于转盘旋转通过粘性引起的, 而径向速度则主要是由于流体流动及离心力 (都属惯性力) 引起的。

无密封冠时 ($G_c = G = 0.1$, 即全开式) $\bar{w}/r$ 沿轴向的变化如图 5 中虚线所示。可知由于没有密封冠带动, 在 $\bar{z} < 0.6$ 区域内冷气几乎静止, 而在 $0.6 < \bar{z} < 1$ 区域内由于粘性的存在气体跟随转盘运动, 可见若无密封冠就不会有旋转核。当有旋转密封冠时周向速度在 $\bar{r} = 0.4$ 和 $\bar{r} = 0.8$ 两个截面上的分布也示于图 5 中, 可见由于旋转密封冠的作用造成了旋转核。上述结果与文献 [2] 的测量值符合较好。

为防止外燃气“入侵”所必须提供的最小附加入流就是避免入侵的最小入口流量。Phadke 等 [7] 用压力法、浓度法、观察法实验测定了最小入口流量, 总结出最小入口流量数 $C_{w, min}$ 与旋转雷诺数、轴向密封间隙系数的关系为

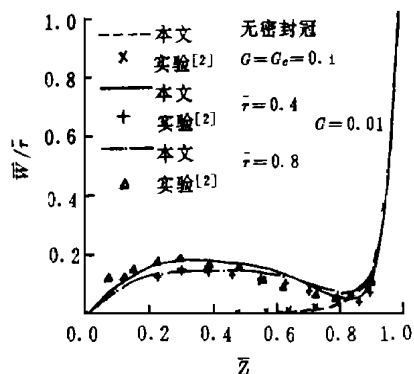


图5 密封冠对周向速度的影响

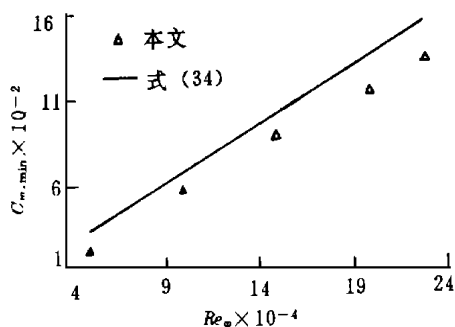


图6 最小入口流量数随旋转雷诺数的变化曲线

$$C_{w,min} = 0.14G_c^{0.66} Re_{\varphi} \quad (25)$$

本文取 $G_c = 0.01$, $G = 0.1$, 在 5 个 Re_{φ} 下用数值模拟方法预测了最小入口流量数随旋转雷诺数的变化规律, 其结果如图 6 所示。计算所得 $C_{w,min}$ 的变化趋势与 (25) 式规律相符, 接近于线性变化, 误差最大处在 $Re_{\varphi} = 2.3 \times 10^5$, 只有 15.8%。

4 结 论

(1) 与国外数值计算及实验结果比较表明, 本文采用的 *SIMPLE* 法及边界条件可得到满意的结果, 并可以较好地预测层流状态下防止燃气入侵的最小入口流量数。(2) 转盘—静盘间流场受旋转雷诺数、入口流量数、盘腔间隙系数、轴向密封间隙系数、入口孔径比等 5 个参数的影响。(3) 密封冠(无论旋转还是不旋转)是产生旋转核的必要条件。轴向间隙对旋转核的产生具有重要影响, 当轴向间隙较小时, 旋转核消失。(4) 入口流量数减小及旋转雷诺数增大都会趋于生成旋转核并使旋转核转速增加。但两参数对周向速度和径向速度影响不同。径向速度主要受惯性力影响, 而周向速度则受粘性力与惯性力共同影响。

参 考 文 献

- Owen J M. Fluid Flow and Heat Transfer in Rotating Disk System. Metzger D E eds, Heat and Mass Transfer in Rotating Machinery, Hemisphere, Washington, 1984
- Sambo A S Numerical Computation of Laminar Flows Conf on Num. Methods in Laminar and Turbulent Flow, Pineridge Press, 1985: 274- 286
- Chew J W. A Theoretical Study of Ingress for Shrouded Rotating Disk System with Radial Outflow. J. of Turbomachinery, 1991, 113: 93
- William s C W, Bache G E An Analysis Methodology for Internal Swirling Flow Systems with a Rotating Wall Transaction of the ASME Journal of Turbomachinery, 1991, 113: 83- 90
- 陶文铨 数值传热学 西安交通大学出版社, 1988: 286
- Owen J M, Rogers R H. Flow and Heat Transfer in Rotating Disk Systems Research Studies Press, Taunton, UK, 1989, 1
- Phadke U P, Owen J M. Aerodynamic Aspects of the Sealing of Gasturbine Rotor-Stator Systems, Part 3: The Effect of Nonaxisymmetric External Flow on Seal Performance Int J. Heat Fluid Flow, 1987, 9: 113- 117

(责任编辑 杨再荣)

speed and accuracy, and has good convergence

Key words Turbojet engines Performance analysis Real-time simulation
Mathematical models

TRANSIENT PERFORMANCE SIMULATION OF A LARGE LIQUID ROCKET ENGINE UNDER FAULT CONDITIONS

Wu Jianjun, Zhang Yulin, Chen Qizhi

(1st Dept., National University of Defence Technology, Changshe 410078)

ABSTRACT A non-linear dynamic mathematical model for a large liquid rocket engine has been established, which comprises normal models and fault models based on large liquid rocket engine with turbo-pump system. The transient performance simulation has been performed under fault conditions according to jump input of various fault modes such as main valve fault, pipeline leakage, pipeline blockage, pump efficiency losses, turbine efficiency losses, which have occurred in previous hot-fire tests or will be possible to occur in future. Adaptive Runge-Kutta method is employed to simulate. The calculated results show that the established model is accurate and reasonable. The numerical method can simulate effectively the transient performance of the faults. Simulation results are also discussed and analysed in detail. The work lays the foundation for further study on choice of fault modes, fault detection and diagnosis based on the model.

Key words Liquid propellant rocket engines Dynamic models Mathematical models
Fault detection Fault diagnosis

SIMILARITY ANALYSIS AND NUMERICAL SOLUTION OF N-S EQUATIONS FOR LAMINAR FLOW IN A ROTOR-STATOR SYSTEM

Feng Qing and Liu Songling

(7th Dept., Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

Zhou Bin (Xi'an Oil College)

ABSTRACT The similarity analysis for the N-S equations and the boundary conditions of a rotor-stator system has been completed which shows that the flow field is dependent on five parameters such as inlet flow coefficient, rotational Reynolds number, gap ratio, shroud-clearance ratio and inlet diameter ratio. The numerical results for the laminar flow field in the system with an axial inflow and a radial outflow have been obtained by the SIMPLE method. It is shown that the gap ratio and the shroud have a great effect on the existence of the rotational core; and the core tends to take form and increase its rotational speed with decreasing the flow coefficient or with increasing the rotational Reynolds number. For the closed rotor-stator system the results are in good agreement with earlier work done by the other authors. Both the similarity analysis and numerical computation have testified the conclusion that the radial velocity is dominated by inertial terms and the tangential one is dominated by both inertial and viscous terms. The minimum of the flow coefficient required to prevent the ingress of gas into the rotor-stator cavity has been calculated, and its linear relation with the rotational Reynolds number has been found, which is consistent with the published experimental data very well.

Key words Wheels (Machine elements) Aircraft engines Air flow
Numerical solution of N-S equation